Correction de la série N°3 : Notion de Dynamique des fluides

Exercice 1 :

On a : $Q_v = 0,05 m^3.s^{-1}$

Pour un écoulement isovolume : $Q_v = v_1 s_1 = v_2 s_2 = cst$

D'où:

$$v_1 = \frac{4Q_v}{\pi D_1^2} \text{ Donc } \quad v_1 = 4,42 m.s^{-1}$$

$$v_2 = \frac{4Q_v}{\pi D_2^2} \text{ Donc } \quad v_2 = 1,6 m.s^{-1}$$

Exercice 2 :

1- On a : $Q_v = Sv = \frac{v\pi D^2}{4}$ $\quad Q_v = 0,113 m^3 s^{-1}$

L'équation d'état de l'air considéré comme un gaz parfait est :

$$PV = n RT$$

Dans les conditions normales : $P_0 V_0 = nRT_0$

Il vient : $\frac{V_0}{V} = \frac{P}{P_0}\frac{T_0}{T}$

Et le débit volumique ramené aux conditions normales est : $Q_{v0} = Q_v \frac{P}{P_0}\frac{T_0}{T}$

AN : On a $P_0 = 10,13\ 10^4$ Pa (Pression atmosphérique) ; $T_0 = 25°C$ (Température ambiante) ; $T = 60^{\circ}C$ et est $P = 2.\ 10^5$ Padonc $Q_{v0} = 0,093\ m^3 s^{-1}$

2- Le débit massique est : $Q_m = \rho_0 Q_{v0}$ Donc $\quad Q_m = 0,12 kg\ s^{-1}$

Exercice 3 :

On a : $\frac{dx_1}{x_2} = \frac{dx_2}{-x_1 + awt}$ Donc $\quad x_2 dx_2 + x_1 dx_1 = awt dx_1$

$x_1^2 + x_2^2 = 2awtx_1 + cst$ En fin, $(x_1 - awt)^2 + x_2^2 = cst$ à t fixe

Donc les lignes des courants sont des cercles concentriques de rayon $r = (cst)^{1/2}$ et de centre O(awt, 0)

Exercice 4 :

1- Pour monter que le mvt est compressible ou non, il faut examiner $div\vec{u}$:

$div\vec{u} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 + 0 + 0 = 0$ Alors le mvt est incompressible.

2- Le mvt est Stationnaire car $\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \vec{0}$

3- Les lignes de courant :

$$\frac{dx_1}{u_1} = \frac{dx_2}{u_2} = \frac{dx_3}{u_3} \Rightarrow \frac{dx_1}{-x_2} = \frac{dx_2}{x_1} \Rightarrow x_1 dx_1 + x_2 dx_2 = 0$$

Soit $x_1^2 + x_2^2 = cste = a_1^2 + a_2^2$ à t =0

Alors les lignes de courant sont des cercles centrés à l'origine.

Exercice 5 :Bernoulli

1- L'équation de Bernoulli appliquée aux points A et B s'écrit :

$$p_B - p_A = \rho g z + \frac{1}{2}\rho(V^2 - v^2)$$

En A et B la pression qui agit sur les surfaces S et s est la pression atmosphérique p_a

Soit $p_a = p_B = p_a$

Il vient $v^2 - V^2 = 2g\,z$

2- Le régime étant permanent, la masse du liquide traversant les surfaces droites S et s pendant l'unité du temps est : $\Delta m = \rho SV = \rho sv$

L'équation de continuité est donnée par la relation :SV= sv

3- Pendant le temps dt le volume du liquide dans le réservoir a diminué d'une quantité (-Sdz). A cette diminution du volume correspond une quantité du liquide déversé par l'orifice pendant le même temps.

La conservation du débit permet d'écrire -Sdz = svdt

En portant la valeur de v obtenue à partir de l'équation ($v^2 - V^2 = 2g\,z$) dans l'équation (-Sdz= svdt) nous obtenons :

$$-Sdz = s\sqrt{2gz + V^2}\,dt$$

Soit $$\frac{dz}{dt} = -\frac{s}{S}\sqrt{2gz + V^2}$$

4- Si V<<v , on peut négliger V devant v dans l'équation ($v^2 - V^2 = 2g\,z$).

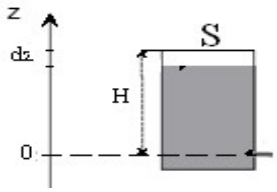
Soit : $v = \sqrt{2gz}$ Il vient : 2gz>>V

Soit : $\frac{dz}{dt} = -\frac{s}{S}\sqrt{2gz}$ Où $\frac{dz}{\sqrt{2gz}} = -\frac{s}{S}dt$

En intégrant cette équation, nous obtenons : $\sqrt{2gz(t)} = -\frac{s}{S}\sqrt{2g}t + cst$

A l'instant t= 0, on a z=H, soit : cst = $\sqrt{2gH}$

Il vient $$\sqrt{2gz(t)} = -\frac{s}{S}gt + \sqrt{2gH}$$

La durée nécessaire pour vider le réservoir est tel que z=0

Soit $$t = \frac{S}{s}\sqrt{\frac{2H}{g}}\quad \boldsymbol{A.N:}\ t = 12\sqrt{\frac{0{,}5}{9{,}8}} = 2{,}71s.$$